# TD structures 2 : liste doublement chaînée
# Informatique MP2I

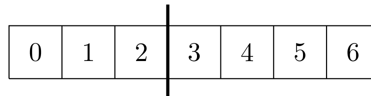
Le type `list` d'OCaml ne permet de parcourir les éléments que dans un seul sens (on ne peut pas parcourir une liste « à l'envers »). Il existe une structure de donnée classique appelée **liste doublement chaînée** qui permet de le faire. Nous allons en voir deux implémentations.

## I Implémentation persistante d'une liste doublement chaînée : le zipper

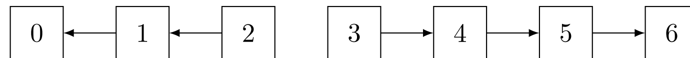
Un zipper est une structure persistante permettant de se déplacer à droite ou à gauche dans une liste. La position en cours est appelée curseur. Pour implémenter un zipper, on utilise deux `list` (les éléments avant le curseur sont dans `left`, ceux après dans `right`):

```
type 'a zipper = { left : 'a list; right : 'a list };;
```

Par exemple, soit le zipper suivant (dont le curseur est entre 2 et 3):



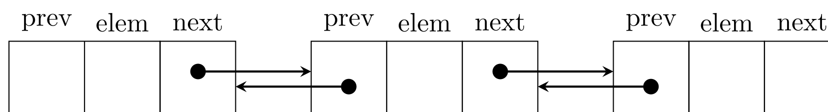

Ce zipper est représenté par { `left = [2; 1; 0]; right = [3; 4; 5; 6]` }:




1. Écrire une fonction `move_right : 'a zipper -> 'a zipper` déplaçant le curseur d'un zipper vers la droite (on renverra une erreur si ce n'est pas possible). De façon similaire on pourrait le déplacer à gauche.
2. Écrire des fonctions pour supprimer et ajouter un élément juste à droite du curseur d'un zipper, en $O(1)$.
3. Écrire une fonction pour convertir un `zipper` en `list`.

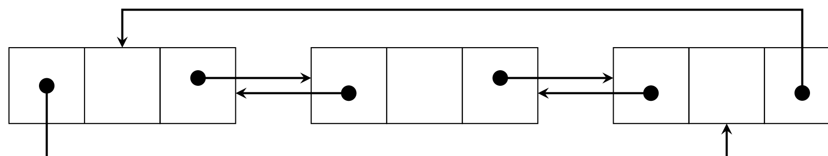
## II Liste doublement chaînée cyclique impérative

On pourrait définir une liste doublement chaînée en utilisant un type contenant un prédécesseur `prev`, un successeur `next` et un élément `elem`, ce qui ressemblerait à ceci:




Cependant il faudrait aussi gérer les extrémités, ce qui est un peu compliqué (il faut traiter le cas où il n'y a pas de prédécesseur ou successeur).
On va utiliser à la place une liste doublement chaînée **cyclique**, où le prédécesseur du 1er élément est le dernier élément:

```
type 'a l2c = {elem : 'a; mutable prev : 'a l2c; mutable next : 'a l2c};;
```



Pour créer une nouvelle `l2c` à 1 élément, il faut que celui-ci soit son propre successeur et prédécesseur, ce que permet aussi `rec` (on appelle ceci une variable récursive):

```
let create e = (* renvoie une l2c contenant seulement e *)
  let rec l = {elem = e; prev = l; next = l} in
  l;;
```

1. Écrire des fonctions `add`/`del` pour ajouter/supprimer un élément dans une `l2c` en O(1).
2. Écrire des fonctions `length` et `mem` pour calculer la taille d'une `l2c` et pour tester si un élément appartient à une `l2c`. Pour savoir quand arrêter de parcourir la `l2c`, on utilisera == ou != qui teste si deux objets sont stockés au même endroit en **mémoire** (à ne pas confondre avec = et <> qui testent l'égalité en **valeur**). Complexité?
3. Écrire une fonction `fusion` pour réaliser l'union de deux `l2c`.
   Comment aurait-on pu utiliser `fusion` pour implémenter `add`?